

Étude numérique des conditions d'émission sur un écoulement de type jet axisymétrique turbulent

Sabra Habli^a, Hatem Mhiri^{a*}, Salem El Golli^a, Georges Le Palec^b, Philippe Bournot^b

^a École Nationale d'Ingénieurs de Monastir, Route de Ouardanine, 5000, Monastir, Tunisie

^b Institut de Mécanique de Marseille, 60, rue Joliot Curie, Technopôle de Château-Gombert, 13453 Marseille cedex 13, France

(Reçu le 19 août 1999, accepté le 25 juillet 2000)

Résumé — Une méthode aux différences finies est utilisée pour résoudre les équations régissant un écoulement de type jet axisymétrique en régime turbulent. La discussion porte essentiellement sur la validité des deux modèles de turbulence les plus utilisés (le modèle $k-\varepsilon$ et le modèle $k-\varepsilon-\overline{T'^2}$) pour décrire l'écoulement dans les trois régions du jet, le modèle algébrique est ensuite adopté pour déterminer l'effet des conditions d'injection sur les paramètres de l'écoulement. Nous montrons que l'influence des conditions à la sortie de la buse est importante seulement dans la région du jet. Dans la région de régime établi, les conditions d'émission n'ont plus d'influence sur l'écoulement. Les deux modèles de turbulence utilisés sont valables et donnent des résultats identiques dans la région du régime établi en convection forcée, alors qu'en convection mixte, les résultats obtenus sont très différents même dans la zone auto-similaire, la fermeture de second ordre s'avérant plus efficace pour décrire les caractéristiques d'un jet axisymétrique.
 © 2001 Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

jet axisymétrique / turbulent / modèle $k-\varepsilon$ / modèle $k-\varepsilon-\overline{T'^2}$ / région de jet / région de transition / région auto-similaire / région de panache

Abstract — Numerical study of inflow conditions on an axisymmetric turbulent jet. We intend to solve equations governing turbulent axisymmetric vertical isotherm and non-isotherm jets. A finite difference method is used successfully to solve a system of a coupled partial differential equations. The intention is focused to the analysis of the validity, in the three jet regions, of turbulence models (the $k-\varepsilon$ and the $k-\varepsilon-\overline{T'^2}$ models). The algebraic model $k-\varepsilon-\overline{T'^2}$ is then adopted to determine the effect of injection conditions on flow parameters. The numerical results show the importance of the inflow conditions only in the jet region. In the steady flow region the inflow conditions do not affect anymore the flow. Moreover, the numerical results show that both turbulence models are valid and give identical results in the region of the fully developed regime in forced convection. However, in mixed convection, results are very different even in the self-similar zone. The algebraic model $k-\varepsilon-\overline{T'^2}$ proved out to be more efficient in describing axisymmetric flow characteristics. © 2001 Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

axisymmetric jet / turbulent / $k-\varepsilon$ model / $k-\varepsilon-\overline{T'^2}$ model / jet region / transition region / self-similar region / plume zone

Nomenclature

d	diamètre de la buse	m
F_r	nombre de Froude $= u_0^2 / (g\beta \Delta T_0 d)$	
g	accélération de la gravité	$\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$
k	énergie cinétique de turbulence	$\text{m}^2\cdot\text{s}^{-2}$
q	variance de température	K^2
T	température du jet, $\Delta T = T - T_\infty$. . .	K

u, v	composantes de la vitesse selon les directions longitudinale x et transversale y , respectivement	$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
x, y	coordonnées longitudinale et transversale	m
$Y_{0.5u}$	demi-épaisseur dynamique correspondant aux ordonnées $= u_c/2$	

Symboles grecs

ε	taux de dissipation de l'énergie cinétique de turbulence	$\text{m}^2\cdot\text{s}^{-3}$
β	coefficient de dilatation thermique . . .	K^{-1}
ν_t	viscosité turbulente	$\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$
σ_t	le nombre de Prandtl turbulent	

* Correspondance et tirés à part.

E-mail address: hatem.mhiri@anim.mu.tn (H. Mhiri).

Indices

∞	milieu ambiant
0	à la sortie de la buse
c	sur l'axe du jet
m	valeur maximale
—	moyenne

Exposant

'	fluctuation
---	-------------

1. INTRODUCTION

Les écoulements de type jet interviennent dans beaucoup d'applications industrielles telles que la pulvérisation, le refroidissement par film, le lissage des solides etc., pour cela, ils ont suscité ces dernières décennies un intérêt considérable qui s'est traduit par la production d'une bibliographie abondante.

La compréhension des phénomènes physiques de ces types d'écoulement avec ou sans chauffage constitue en soit un objectif, ceux-ci font intervenir des phénomènes complexes de la mécanique des fluides et de la thermique : en particulier, le passage d'un état stable du jet à l'injection, vers un état turbulent en aval, est mal connu. L'influence des conditions initiales peut sembler déterminante.

Rappelons que de tels écoulements sont, soit laminares, soit turbulents, selon que les forces de frottement sont essentiellement dues aux tensions visqueuses ou aux contraintes turbulentes de Reynolds.

Une revue de la littérature révèle qu'en régime laminaire, la grande majorité des études sur les jets se limitent à des solutions analytiques ou à une résolution numérique utilisant un changement de variables permettant d'ignorer les conditions d'émission à la sortie de la buse [1–8], il a été montré ensuite que pour le jet plan, ces conditions d'injection influent de façon significative sur le comportement de l'écoulement sur des distances de la buse de l'ordre de 300 pour le jet isotherme et $x/d = 10(Re^7/Gr^3)^{0.25}$ pour le jet anisotherme [9].

En régime turbulent, un grand nombre de travaux antérieurs porte sur l'étude expérimentale des jets [10–15]. Sur le plan numérique, la détermination des caractéristiques moyennes et turbulentes a été réalisée en employant essentiellement des méthodes différentielles, ces dernières augmentent le nombre d'inconnus et un modèle de turbulence approprié est nécessaire.

Si pour l'étude des jets plans turbulents, Sini et al. [16] ont montré que le modèle $k-\varepsilon$ est suffisant

pour reproduire les résultats des laboratoires, pour les jets circulaires, différents modèles de turbulence à différents degrés de complexité ont été employés : depuis le plus simple modèle de viscosité turbulente, jusqu'aux modèles incluant des équations de transport pour les contraintes turbulentes. Les résultats obtenus sont dispersés et dépendent du choix des constantes empiriques employées, cependant, les écarts observés ont été analysés seulement dans la région auto-similaire [17].

L'un des objectifs de cette étude est d'analyser l'efficacité de deux modèles les plus utilisés (modèle $k-\varepsilon$ et modèle $k-\varepsilon-\overline{T'^2}$) pour décrire l'écoulement dans tout le domaine du jet.

On se propose donc, dans ce travail, d'étudier des écoulements de type jet axisymétrique en régime turbulent. Dans ce contexte, le premier objectif, consiste à examiner l'efficacité de deux modèles l'un de premier ordre (modèle $k-\varepsilon$), l'autre algébrique de second ordre (modèle $k-\varepsilon-\overline{T'^2}$), à décrire le comportement de l'écoulement dans les différentes régions du jet en régime turbulent.

Le second objectif consiste à étudier, de façon numérique, l'influence des conditions initiales d'injection, à savoir, les conditions dynamiques et thermiques sur le comportement du jet plus en aval du soufflage.

2. MISE EN ÉQUATIONS

2.1. Hypothèses

On considère un jet issu d'une buse circulaire de diamètre d dont les dimensions sont petites vis à vis du milieu ambiant dans lequel débouche l'écoulement. Le jet et le milieu ambiant sont constitués du même fluide. Dans le cadre des hypothèses de la couche limite, les équations sont écrites dans un système de coordonnées dont l'origine est située au centre de la buse (*figure 1*). Les hypothèses suivantes seront aussi considérées :

- (1) Le jet émis verticalement suivant x est à symétrie axiale.
- (2) La masse volumique du fluide varie linéairement avec la température dans le terme contenant la force de flottabilité et elle est considérée constante ailleurs, selon les approximations de Boussinesq.
- (3) L'écoulement est supposé turbulent pleinement développé.
- (4) L'écoulement est stationnaire en moyenne.

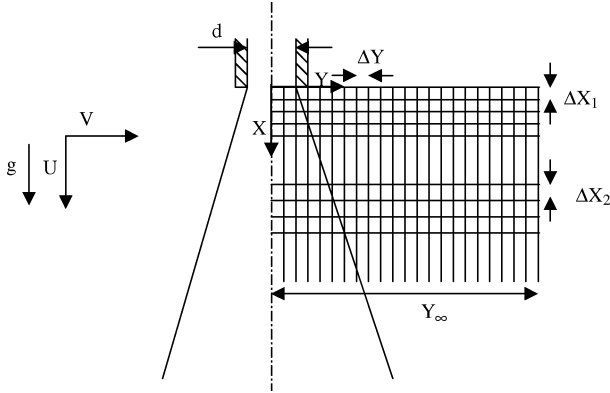


Figure 1. Schéma de la buse d'éjection et du maillage.
Figure 1. Schematic representation of the injector and mesh.

2.2. Système d'équations en régime turbulent

Soit les variables adimensionnelles suivantes :

$$\begin{aligned} X &= \frac{x}{d}, & Y &= \frac{y}{d} \\ \bar{U} &= \frac{\bar{u}}{u_0}, & \bar{V} &= \frac{\bar{v}}{u_0} \\ \bar{\theta} &= \frac{\bar{T} - T_\infty}{T_0 - T_\infty} \\ K &= \frac{k}{u_0^2}, & E &= \frac{\varepsilon d}{u_0^3} \\ q &= \frac{\bar{T}^2}{(T_0 - T_\infty)^2} \end{aligned} \quad (1)$$

En supposant nulles les variations axiales de la pression, et dans le cadre des hypothèses citées ci-dessus, le système d'équations adimensionnelles régissant le problème pour un fluide incompressible en régime turbulent pleinement développé (grands nombres de Reynolds) est le suivant :

$$\begin{aligned} \frac{\partial(Y\bar{U})}{\partial X} + \frac{\partial(Y\bar{V})}{\partial Y} &= 0 \\ \bar{U} \frac{\partial \bar{U}}{\partial X} + \bar{V} \frac{\partial \bar{U}}{\partial Y} &= \frac{1}{Y} \frac{\partial}{\partial Y} (-Y \bar{U}' \bar{V}') \pm \gamma \frac{\bar{\theta}}{Fr} \\ \bar{U} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial X} + \bar{V} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial Y} &= \frac{1}{Y} \frac{\partial}{\partial Y} (-Y \bar{V}' \bar{\theta}') \end{aligned} \quad (2)$$

γ prend les valeurs 0 et 1, pour $\gamma = 0$ les deux premières équations formulent les jets circulaires isothermes, le signe + représente le cas d'un jet chaud as-

cendant ou froid descendant alors que le signe - représente celui d'un jet chaud descendant ou froid ascendant.

L'introduction des grandeurs fluctuantes rend ce système ouvert, sa fermeture nécessite l'utilisation d'un modèle de turbulence. Deux modèles de turbulence sont utilisés : un modèle de premier ordre ($k-\varepsilon$) [17, 18] et un modèle algébrique de second ordre ($k-\varepsilon-\overline{T'^2}$) [18, 19].

Dans ces modèles l'énergie cinétique de turbulence et son taux de dissipation sont donnés par les systèmes d'équations écrits ci-dessous :

• *Modèle ($k-\varepsilon$) :*

$$\begin{aligned} \bar{U} \frac{\partial K}{\partial X} + \bar{V} \frac{\partial K}{\partial Y} &= \frac{1}{Y} \frac{\partial}{\partial Y} \left(Y c_k \nu_t \frac{\partial K}{\partial Y} \right) - \overline{U'V'} \frac{\partial \bar{U}}{\partial Y} - E \\ \bar{U} \frac{\partial E}{\partial X} + \bar{V} \frac{\partial E}{\partial Y} &= \frac{1}{Y} \frac{\partial}{\partial Y} \left(Y c_\varepsilon \nu_t \frac{\partial E}{\partial Y} \right) + c_{\varepsilon 1} \frac{E}{K} \left(-\overline{U'V'} \frac{\partial \bar{U}}{\partial Y} \right) \\ &\quad - c_{\varepsilon 2} \frac{E^2}{K} \end{aligned} \quad (3)$$

Les différents termes du tenseur des contraintes de Reynolds et du flux de chaleur turbulent sont modélisés par les approximations suivantes :

$$\overline{U'V'} = -\nu_t \frac{\partial \bar{U}}{\partial Y}, \quad \overline{V'\theta'} = -\frac{\nu_t}{\sigma_t} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial Y} \quad \text{avec } \nu_t = c_\mu \frac{K^2}{E} \quad (4)$$

Ce modèle nécessite l'utilisation de plusieurs constantes empiriques, ces dernières sont :

$$\begin{aligned} c_\mu &= 0,09, & c_k &= 1,0, & c_\varepsilon &= \frac{1}{1,3} \\ c_{\varepsilon 1} &= 1,44, & c_{\varepsilon 2} &= 1,92, & \sigma_t &= 0,95 \end{aligned} \quad (5)$$

Pour mieux prédire le taux d'expansion du jet, des fonctions de correction sur les valeurs empiriques de c_μ et $c_{\varepsilon 2}$ sont proposées par [17, 19] :

$$c_\mu = c_\mu [1 - 0,465H], \quad c_{\varepsilon 2} = c_{\varepsilon 2} [1 - 0,035H] \quad (6)$$

avec :

$$H = \left| \frac{Y_{0,5\pi} \frac{\partial \bar{U}_c}{\partial X}}{\bar{U}_c} \right|^{1/5}$$

• *Modèle $k-\varepsilon-\overline{T'^2}$:*

Dans ce modèle l'énergie cinétique de turbulence et son taux de dissipation sont donnés par le système

d'équations écrit ci-dessous :

$$\begin{aligned}
 & \overline{U} \frac{\partial K}{\partial X} + \overline{V} \frac{\partial K}{\partial Y} \\
 &= \frac{1}{Y} \frac{\partial}{\partial Y} \left(Y c_k \overline{V'^2} \frac{K}{E} \frac{\partial K}{\partial Y} \right) - \overline{U'V'} \frac{\partial \overline{U}}{\partial Y} \\
 &+ \frac{1}{F_r} \overline{U'\theta'} - E \\
 & \overline{U} \frac{\partial E}{\partial X} + \overline{V} \frac{\partial E}{\partial Y} \\
 &= \frac{1}{Y} \frac{\partial}{\partial Y} \left(Y c_\varepsilon \overline{V'^2} \frac{K}{E} \frac{\partial E}{\partial Y} \right) \\
 &+ c_{\varepsilon 1} \frac{E}{K} \left(-\overline{U'V'} \frac{\partial \overline{U}}{\partial Y} + \frac{1}{F_r} \overline{U'\theta'} \right) - c_{\varepsilon 2} \frac{E^2}{K}
 \end{aligned} \quad (7)$$

Les différents termes du tenseur des contraintes de Reynolds et du flux de chaleur turbulent sont modélisés par les approximations suivantes :

$$\begin{aligned}
 & \overline{V'^2} = c_2 K \\
 & -\overline{U'V'} = \frac{1 - c_0}{c_1} \frac{\overline{V'^2}}{K} \left(1 + \frac{K}{E} \frac{1}{c_h F_r} \frac{\partial \overline{\theta}/\partial Y}{\partial \overline{U}/\partial Y} \right) \\
 & \quad \cdot \frac{K^2}{E} \frac{\partial \overline{U}}{\partial Y} \\
 & -\overline{V'\theta'} = \frac{1}{c_h} \frac{\overline{V'^2}}{K} \frac{K^2}{E} \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial Y} \\
 & \overline{U'\theta'} = \frac{K}{c_h E} \left(-\overline{U'\theta'} \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial Y} - (1 - c_{h1}) \overline{V'\theta'} \frac{\partial \overline{U}}{\partial Y} \right. \\
 & \quad \left. + \frac{1}{F_r} (1 - c_{h1}) q \right)
 \end{aligned} \quad (8)$$

q est la variance non dimensionnelle de température, elle est donnée par l'équation de transport suivante :

$$\begin{aligned}
 & \overline{U} \frac{\partial q}{\partial X} + \overline{V} \frac{\partial q}{\partial Y} \\
 &= \frac{1}{Y} \frac{\partial}{\partial Y} \left(Y c_T \frac{K^2}{E} \frac{\partial q}{\partial Y} \right) - 2 \overline{V'\theta'} \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial Y} - c_{T1} \frac{E}{K} q
 \end{aligned} \quad (9)$$

Ce modèle nécessite l'utilisation des constantes empiriques suivantes :

$$\begin{aligned}
 c_0 &= 0,55, & c_1 &= 2,2, & c_2 &= 0,53 \\
 c_\varepsilon &= 0,15, & c_{\varepsilon 1} &= 1,43, & c_{\varepsilon 2} &= 1,92 \\
 c_k &= 0,225, & c_T &= 0,13, & c_{T1} &= 1,25 \\
 c_h &= 3,2, & c_{h1} &= 0,5
 \end{aligned} \quad (10)$$

pour mieux prédire le taux d'expansion du jet, des fonctions de correction sont proposées par [18, 19] :

$$\begin{aligned}
 -\overline{U'V'} &= \left[\frac{1 - c_0}{c_1} \frac{\overline{V'^2}}{K} \left(1 + \frac{K}{E} \frac{1}{c_h F_r} \frac{\partial \overline{\theta}/\partial Y}{\partial \overline{U}/\partial Y} \right) \right. \\
 & \quad \left. \cdot \frac{K^2}{E} \frac{\partial \overline{U}}{\partial Y} \right] (1 - 0,465 H) \\
 c_{\varepsilon 2} &= c_{\varepsilon 2} [1 - 0,035 H]
 \end{aligned} \quad (11)$$

avec :

$$H = \left| \frac{Y_{0,5\pi}}{\overline{U}_c} \frac{\partial \overline{U}_c}{\partial X} \right|^{1/5}$$

Ces modèles sont les modèles : $k-\varepsilon$ standard et ASM classique (algebraic model of Reynolds stress).

Les systèmes d'équations cités ci-dessus, sont complétés en tenant compte des conditions aux limites suivantes. Pour $X > 0$:

$$\begin{aligned}
 \overline{V} &= \frac{\partial \overline{U}}{\partial Y} = \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial Y} = \frac{\partial K}{\partial Y} \\
 &= \frac{\partial E}{\partial Y} = \frac{\partial q}{\partial Y} = 0 \quad \text{pour } Y = 0 \\
 \overline{U}, \overline{\theta}, K, E, q &\rightarrow 0 \quad \text{pour } Y \rightarrow \infty
 \end{aligned} \quad (12)$$

La résolution des systèmes d'équations (2)–(5) pour le modèle $k-\varepsilon$ et (2), (7)–(11) pour le modèle $k-\varepsilon-T'^2$ associés aux conditions aux limites (12) ne peut être effectuée qu'en considérant les conditions d'émission. Dans les études réalisées sur les jets circulaires turbulents [17, 18, 20–22], les auteurs ont considéré des conditions d'émission uniformes à la sortie de la buse, dans ce travail, plusieurs types de conditions d'éjection sont traitées dont principalement profils de vitesse et de température uniformes ou paraboliques :

$$\begin{aligned}
 X &= 0, \quad \overline{V} = 0 \quad \text{et} \\
 \text{le profil est uniforme :} \\
 \overline{U} &= 1, \quad \overline{\theta} = 1 \\
 K &= 0,05, \quad E = 0,02, \quad q = 0,05 \\
 \text{si } 0 \leq Y < 0,5 \\
 \text{le profil est parabolique :} \\
 \overline{U} &= \sqrt{3}(1 - 4Y^2), \quad \overline{\theta} = \sqrt{3}(1 - 4Y^2) \\
 K &= 0,05, \quad E = 0,02, \quad q = 0,05 \\
 \text{si } 0 \leq Y < 0,5 \\
 \overline{U} = \overline{\theta} = K = E = q &= 0 \quad \text{si } Y \geq 0,5
 \end{aligned} \quad (13)$$

Les valeurs de K , E et q à la sortie de la buse sont les mêmes que celles adoptées par Martynenko et al. [17].

Pour le modèle $k-\varepsilon$, la condition d'émission sur la grandeur q ne sera pas considérée.

Pour des nombres de Reynolds élevés, il est pratiquement impossible d'avoir un profil parfaitement parabolique à la sortie de la buse, mais le choix de ce dernier comme condition initiale a été motivé par le fait qu'avec le profil initial uniforme, il constitue un cas limite puisque tous les profils expérimentaux sont situés entre ces deux cas extrêmes. Des profils d'émission expérimentaux pour l'étude de la validité du modèle numérique élaboré, et deux profils au $1/7$ pour examiner l'influence des conditions d'éjection sur le comportement de l'écoulement, seront aussi considérés par la suite.

Il faut noter ici que pour les différents types de profils d'émission, les grandeurs turbulentes à l'émission ne sont pas forcément les mêmes, pour cela une sensibilité des résultats en fonction de ces dernières a été aussi menée.

2.3. Méthode de résolution numérique

La résolution numérique du système d'équations obtenu associé à ses conditions aux limites est effectuée par une méthode aux différences finies utilisant un maillage décalé, c'est à dire que les équations de transport sont discrétisées au nœud $(i + 1/2, j)$, alors que l'équation de continuité est discrétisée au nœud $(i + 1/2, j + 1/2)$. Le schéma itératif utilisé est celui de la méthode de Gauss Seidel non linéaire qui est une méthode d'approximations successives [23].

L'équation de continuité discrétisée au nœud $(i + 1/2, j + 1/2)$, s'écrit de la façon suivante :

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\bar{U}_{i+1,j} - \bar{U}_{i,j}}{\Delta X} + \frac{\bar{U}_{i+1,j+1} - \bar{U}_{i,j+1}}{\Delta X} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{(Y\bar{V})_{i+1,j+1} - (Y\bar{V})_{i+1,j}}{\Delta Y} + \frac{(Y\bar{V})_{i,j+1} - (Y\bar{V})_{i,j}}{\Delta Y} \right) = 0$$

Les équations de transport peuvent être exprimées de la manière ci-dessous :

$$\bar{U} \frac{\partial \phi}{\partial X} + \bar{V} \frac{\partial \phi}{\partial Y} = \frac{1}{Y} \frac{\partial}{\partial Y} \left(Y D_t \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right) + S_\phi$$

($\phi = \bar{U}, \bar{\theta}, K$ ou E). S_ϕ et D_t sont respectivement les termes sources et les coefficients de diffusion turbulente associés à la variable considérée ($\bar{U}, \bar{\theta}, K$ ou E).

Ces équations sont discrétisées aux nœuds $(i + 1/2, j)$ et s'écrivent comme suit :

$$\begin{aligned} & \bar{U}_{i+1/2,j} \left(\frac{\phi_{i+1,j} - \phi_{i,j}}{\Delta X} \right) + \bar{V}_{i+1/2,j} \\ & \cdot \left(\frac{3\phi_{i+1/2,j+1} - 4\phi_{i+1/2,j} + \phi_{i+1/2,j-1}}{2\Delta Y} \right) \\ & = D_{t_{i+1/2,j}} \left(\frac{\phi_{i+1/2,j+1} + \phi_{i+1/2,j-1} - 2\phi_{i+1/2,j}}{\Delta Y^2} \right) \\ & + \left(\frac{3\phi_{i+1/2,j+1} - 4\phi_{i+1/2,j} + \phi_{i+1/2,j-1}}{2\Delta Y} \right) \\ & \cdot \left(\frac{3D_{t_{i+1/2,j+1}} - 4D_{t_{i+1/2,j}} + D_{t_{i+1/2,j-1}}}{2\Delta Y} \right) \\ & + \frac{1}{Y_{i+1/2,j}} D_{t_{i+1/2,j}} \\ & \cdot \left(\frac{3\phi_{i+1/2,j+1} - 4\phi_{i+1/2,j} + \phi_{i+1/2,j-1}}{2\Delta Y} \right) \\ & + S_{\phi_{i+1/2,j}} \end{aligned}$$

avec :

$$A_{i+1/2,j} = \frac{A_{i,j} + A_{i+1,j}}{2}$$

($A = \phi, \bar{U}, \bar{V}, D_t, S_\phi$ ou Y)

Cette méthode utilisée dans un travail antérieur [24], pour l'étude du jet plan turbulent, a été adoptée pour des raisons de stabilité numérique par rapport au maillage non décalé.

Le maillage utilisé est non uniforme suivant X , en effet, le pas est pris très fin au voisinage de la buse ($\Delta X_1 = 10^{-3}$ pour $0 \leq X \leq 5$); puis pour pouvoir descendre très bas dans le jet, on adopte un pas plus grand ($\Delta X_2 = 10^{-2}$ pour $X > 5$).

Dans la direction transversale, le maillage utilisé est uniforme, le pas de calcul est constant ($\Delta Y = 0,005$) et sa valeur impose un nombre de points N dans cette direction pour tenir compte de l'épanouissement du jet. La distance $Y_\infty = (N - 1)\Delta Y$ (figure 1) est de l'ordre de 53 pour le cas isotherme et 41 pour le cas anisotherme. Le maillage utilisé est suffisamment fin puisque des pas de calcul plus petits ne modifient pas les solutions numériques.

La convergence de la solution globale obtenue avec cette méthode est considérée atteinte lorsque le changement relatif de U lors de deux itérations successives est inférieur à 10^{-5} pour chaque nœud du domaine.

3. RÉSULTATS NUMÉRIQUES

Dans cette partie, nous présentons une analyse sur le comportement d'un écoulement de type jet axisymétrique

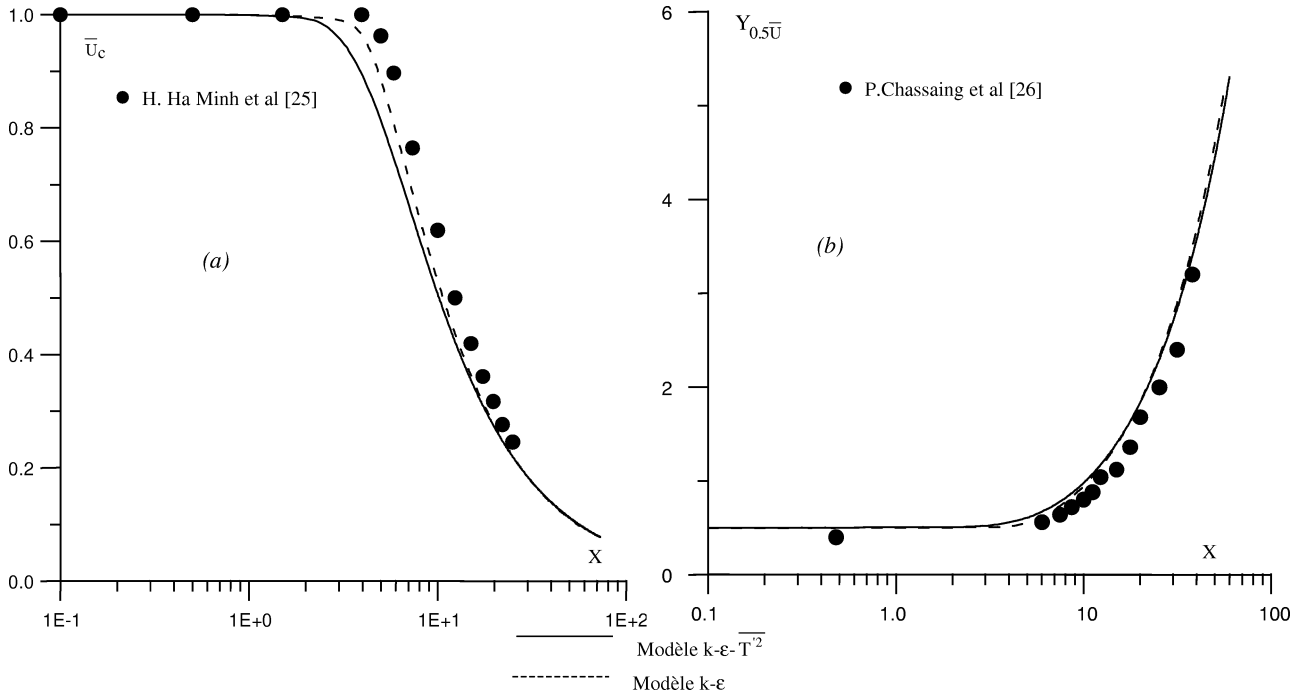


Figure 2. Validation des deux modèles de fermeture pour la prédiction de l'écoulement moyen : (a) vitesse verticale au centre, (b) demi-épaisseur dynamique du jet.

Figure 2. Validation of turbulent models for the mean flow prediction: (a) centerline velocity, (b) dynamical half-width.

en régime turbulent. Nous avons discuté la validité des modèles le plus souvent utilisés pour décrire l'écoulement dans les trois régions du jet.

Nous nous intéressons ensuite à l'influence des différents profils d'émission à la sortie de la buse de décharge sur les champs dynamique, thermique et turbulent.

3.1. Jet libre axisymétrique en régime de convection forcée

La validité des différents modèles de turbulence pour l'étude d'un écoulement de type jet axisymétrique, a été analysée uniquement dans la zone auto-similaire [17], nous nous proposons dans cette partie de ce travail d'analyser l'efficacité dans tout le domaine de l'écoulement des deux modèles les plus utilisés (modèle $k-\epsilon$ et modèle $k-\epsilon-T^2$), puis l'influence des conditions d'émission sur le comportement du jet sera étudiée.

L'écoulement de type jet en régime de convection forcée est semblable à celui observé dans le cas isotherme puisque ce sont les forces d'inertie qui régissent le mouvement du fluide. Nous allons donc dans cette partie

étudier l'écoulement turbulent en régime de convection forcée ($F_r = \infty$).

3.1.1. Validité des deux modèles pour l'étude de l'écoulement

Pour valider notre code de calcul numérique, nos résultats obtenus par les deux modèles de turbulence utilisés sont comparés à ceux trouvés expérimentalement par Ha Minh et al. [25] pour le cas du jet de tube à profil d'émission pleinement développé. Il faut noter que dans cette partie les conditions d'émission utilisées pour notre calcul numérique sont celles expérimentales de ces auteurs.

L'examen de la *figure 2(a)* où nous représentons l'évolution de la vitesse verticale au centre \bar{U}_c nous permet de remarquer une légère différence entre les résultats établis par les deux modèles de fermeture dans les régions du noyau potentiel et de transition, dans ces dernières les résultats obtenus par le modèle $k-\epsilon$ sont plus proches de ceux trouvés expérimentalement par Ha Minh et al. [25], le modèle algébrique du second ordre $k-\epsilon-T^2$ a tendance à sous estimer légèrement la longueur du noyau potentiel.

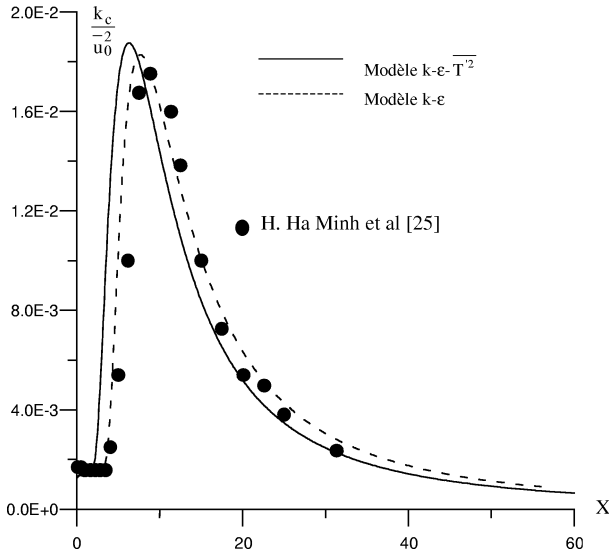


Figure 3. Validation des deux modèles de fermeture pour la prédiction de l'énergie cinétique turbulente au centre.

Figure 3. Validation of turbulent models for the prediction of the centerline kinetic energy of the turbulence.

Par contre, loin de la buse (pour $X > 10$), les deux modèles de fermeture donnent des résultats similaires qui concordent avec ceux expérimentaux de Ha Minh et al. [25].

Nous avons aussi analysé l'efficacité des deux modèles pour la prédiction de l'élargissement du jet en comparant la demi épaisseur dynamique du jet (*figure 2(b)*) avec celle donnée expérimentalement par Chassaing [26] pour le jet de tube. On constate que les deux modèles donnent les mêmes résultats, une légère différence est observée uniquement sur l'étendue de la région où cette grandeur demeure constante.

La comparaison des grandeurs moyennes avec les résultats expérimentaux étant effectuée, pour conclure sur l'efficacité des deux modèles de turbulence pour la prédiction des caractéristiques d'un écoulement de type jet axisymétrique, l'examen des grandeurs turbulentes doit être aussi mené.

Pour cela, l'énergie cinétique turbulente au centre k_c/\bar{u}_0^2 calculée par les deux modèles de fermeture est comparée sur la *figure 3* à celle donnée expérimentalement par Ha Minh et al. [25] pour le cas du jet de tube. On note que le modèle $k-\varepsilon$ décrit mieux les résultats expérimentaux dans la région proche de la buse, par contre loin de cette dernière les deux modèles décrivent efficacement l'écoulement.

L'énergie cinétique turbulente au centre normalisée k_c/\bar{u}_c^2 est aussi déterminée numériquement par les deux

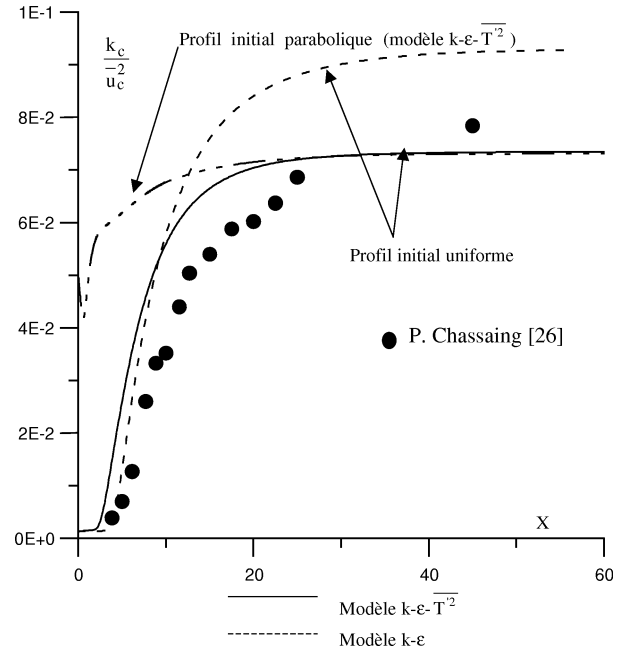


Figure 4. Évolution de l'énergie cinétique turbulente au centre.

Figure 4. Evolution of the centerline kinetic energy of the turbulence.

modèles de turbulence pour un profil initial uniforme (*figure 4*). On remarque que les résultats obtenus par les deux modèles sont différents même dans la région du régime établi, la valeur asymptotique de l'énergie cinétique turbulente normalisée déterminée par le modèle $k-\varepsilon$ est supérieure à celle établie par le modèle $k-\varepsilon-T^{1/2}$:

$$\frac{k_c}{\bar{u}_c^2} (\text{modèle } k-\varepsilon) = 0,093$$

$$\frac{k_c}{\bar{u}_c^2} (\text{modèle } k-\varepsilon-T^{1/2}) = 0,073$$

La valeur obtenue par le modèle $k-\varepsilon$ est plus proche de celle proposée expérimentalement par Rodi et al. [13] : $k_c/\bar{u}_c^2 \approx 0,09$. Par contre celle déterminée par le modèle $k-\varepsilon-T^{1/2}$ est plus proche de celle expérimentale établie par Chassaing [26] : $k_c/\bar{u}_c^2 \approx 0,078$.

On a aussi déterminé la valeur maximale de la contrainte de Reynolds $(\overline{u'v'})/\bar{u}_c^2)_m$. Cette dernière est atteinte dans la région du régime établi et les deux modèles donnent à peu près la même valeur :

$$\left(\frac{\overline{u'v'}}{\bar{u}_c^2} \right)_m (\text{modèle } k-\varepsilon) = 0,0182$$

$$\left(\frac{\overline{u'v'}}{\bar{u}_c^2} \right)_m (\text{modèle } k-\varepsilon-T^{1/2}) = 0,0177$$

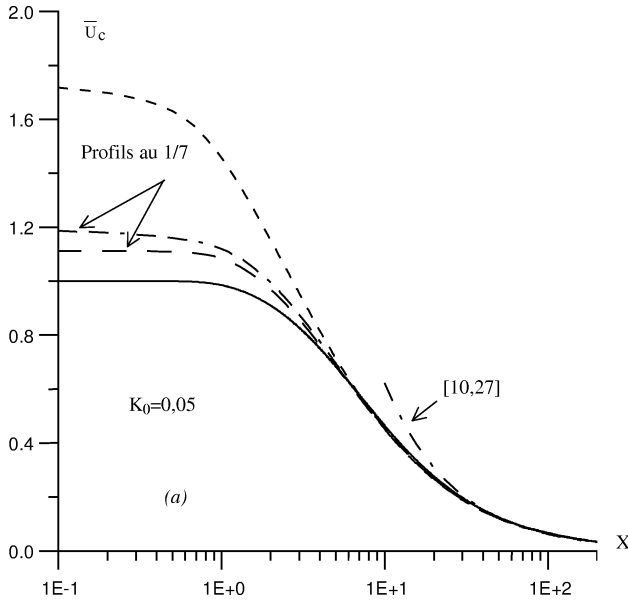
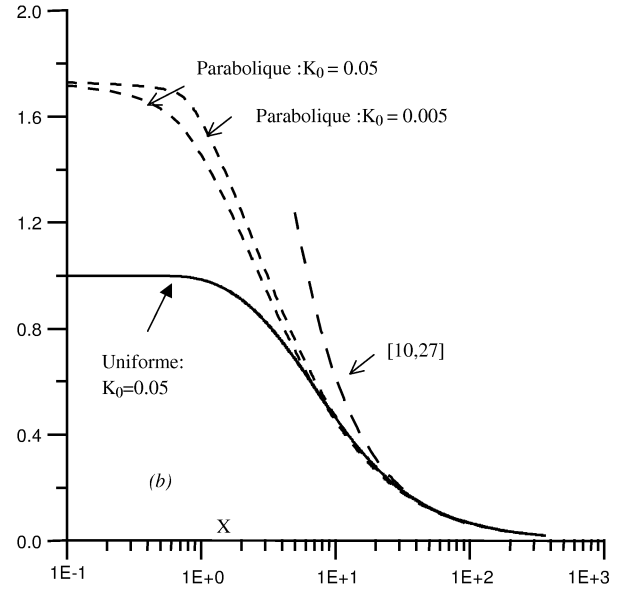


Figure 5. Évolution de la vitesse verticale au centre.
Figure 5. Evolution of the centerline velocity.



Ces valeurs sont proches de celle déterminée expérimentalement par Rodi et al. [13], qui est de l'ordre de 0,018.

L'analyse et la comparaison de nos résultats avec ceux expérimentaux, nous permet de conclure que les deux modèles de fermeture adoptés décrivent de façon satisfaisante un écoulement de type jet axisymétrique en régime de convection forcée.

3.1.2. Influence des conditions d'émission sur le comportement de l'écoulement

Pour étudier l'influence des conditions d'injection sur les grandeurs de l'écoulement, le modèle utilisé est le modèle $k-\varepsilon-\overline{T'^2}$.

En régime turbulent, tous les profils expérimentaux sont situés entre les deux cas extrêmes : profils paraboliques et uniformes, on a donc considéré aussi deux profils au 1/7 pour examiner l'influence des conditions d'éjection sur le comportement de l'écoulement. Nous avons donc représenté sur la figure 5(a) la vitesse au centre \overline{U}_c pour différents profils d'émission : uniformes, paraboliques ou intermédiaires.

Le premier profil au (1/7) est obtenu en supposant que la vitesse est constante sur la moitié de la buse : $X = 0$,

$$\begin{cases} 0 \leq Y \leq \frac{1}{4}, & \overline{U} = \sqrt{\frac{288}{233}} \\ \frac{1}{4} < Y \leq \frac{1}{2}, & \overline{U} = \sqrt{\frac{288}{233}} \left[4 \left(\frac{1}{2} - Y \right) \right]^{1/7} \end{cases}$$

Le deuxième en prenant une vitesse uniforme uniquement sur le 1/8 de la buse : $X = 0$,

$$\begin{cases} 0 \leq Y \leq \frac{1}{16}, & \overline{U} = \sqrt{\frac{4608}{3257}} \\ \frac{1}{16} < Y \leq \frac{1}{2}, & \overline{U} = \sqrt{\frac{4608}{3257}} \left[\frac{16}{7} \left(\frac{1}{2} - Y \right) \right]^{1/7} \end{cases}$$

Nous remarquons sur cette figure que pour les deux profils au 1/7, la longueur du cône potentiel est légèrement inférieure à celle obtenue avec un profil initial uniforme, cette différence s'accompagne d'une augmentation de la zone de transition, le régime établi étant atteint pour tous les profils d'émission à la même distance de la buse ($X \approx 50$).

Une corrélation pour la vitesse verticale au centre est proposée par Albertson et al. [10, 27] : $\overline{U}_c = 6,2X^{-1}$, cette relation est uniquement valable dans la région de régime établi, c'est à dire pour les grandes valeurs de X . La figure 5 permet de constater que nos résultats

tendent bien vers ceux de [10, 27]. Elle permet enfin de confirmer que la zone du jet établi commence environ à partir de $X = 50$ pour toutes les conditions d'émission considérées.

Cette figure montre aussi que tous les profils expérimentaux sont situés entre les deux cas extrêmes (uniforme et parabolique); nous allons donc utiliser ces derniers dans la suite de ce travail.

Le niveau initial de turbulence pour un profil initial uniforme est différent de celui qui existe dans le cas d'un profil parabolique, nous avons présenté sur la *figure 5(b)*, les résultats obtenus en considérant pour le profil parabolique une autre valeur de K_0 . La dissipation de l'énergie cinétique turbulente à la sortie de la buse E_0 est déterminée par la relation : $\varepsilon = k^{3/2}/\ell$. ℓ étant l'échelle de longueur des grands tourbillons porteurs d'énergie, elle est estimée par des grandeurs géométriques de type longueur de mélange, pour un jet à symétrie axiale elle est estimée à la moitié du diamètre de la buse [28].

Sur cette figure, nous constatons que l'écart entre les résultats obtenus est surtout observé dans la zone de transition, le régime établi étant toujours atteint à la même distance de la buse. On note aussi une différence, pour les faibles distances X , entre les résultats obtenus pour les différentes conditions d'émission adoptées; par contre, une concordance parfaite entre ces résultats est observée dans la zone du jet établi.

Sur la *figure 6*, on présente l'évolution radiale de la vitesse verticale U comparée à celles obtenues expérimentalement par Rodi et al. [13] et Wygnanski et al. [14] pour deux hauteurs du jet ($X = 62$ et $X = 75$). Cette figure montre une bonne concordance entre nos résultats et ceux expérimentaux bien que les conditions d'émission ne soient pas les mêmes. Ce qui confirme que pour les distances $X > 50$ nous sommes dans la région du régime établi.

Le diamètre D du noyau potentiel est déterminé en prenant pour chaque hauteur X , l'ordonnée pour laquelle $\bar{U}(Y) < 0.999$. Sur la *figure 7(a)*, nous donnons l'évolution de cette grandeur pour des profils d'émission uniformes et différentes intensités de turbulence à la sortie de la buse. Nous remarquons que le modèle de premier ordre (modèle $k-\varepsilon$) donne un diamètre et une longueur du noyau potentiel légèrement plus importants que ceux obtenus par le modèle algébrique (modèle $k-\varepsilon-\overline{T'^2}$) ce qui confirme les constatations effectuées à partir de la *figure 2(a)*. Cette différence est accentuée pour les faibles intensités de turbulence.

La longueur du noyau potentiel pour les valeurs de K_0 et E_0 considérées est de l'ordre de 1 (*figure 7(a)*), alors

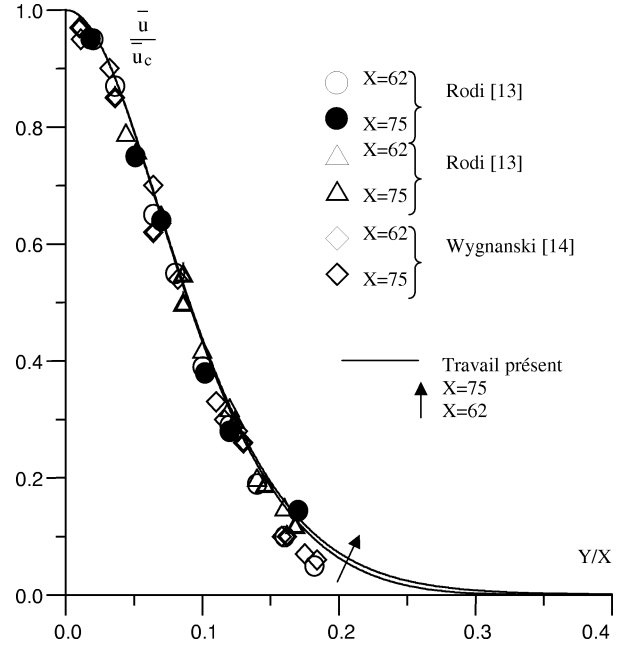


Figure 6. Évolution radiale de la vitesse longitudinale U pour différentes hauteurs X .

Figure 6. Radial evolution of the longitudinal velocity for different axial coordinates X .

qu'expérimentalement elle est de l'ordre de 5 [11]. Cet écart nous a incité à examiner l'effet du niveau initial de turbulence sur la longueur du noyau potentiel pour des profils d'émission uniformes (*figure 7(b)*).

Cette figure montre qu'une diminution de l'énergie cinétique turbulente K_0 a pour effet d'augmenter la longueur du noyau potentiel qui peut atteindre une valeur de l'ordre de 10. Ceci est normal dans la mesure où la turbulence va rapidement gommer les différences induites par le profil initial. Le caractère tridimensionnel de la fluctuation, fait que les valeurs de K_0 et E_0 sont difficilement mesurables en laboratoire, et dépendent surtout des conditions expérimentales. Les résultats présentés dans la suite de ce travail sont obtenus pour $K_0 = 0,05$ et $E_0 = 0,02$.

L'influence des conditions d'émission sur les grandeurs moyennes de l'écoulement étant effectuée, nous nous proposons de faire la même chose pour les grandeurs turbulentes.

Sur la *figure 4*, on donne l'évolution longitudinale de l'énergie cinétique turbulente au centre normalisée k_c/\bar{u}_c^2 . On remarque qu'au voisinage de la buse cette grandeur est différente pour les deux cas de conditions d'émission adoptées. Loin de la buse, cette différence disparaît et l'énergie cinétique turbulente au centre atteint

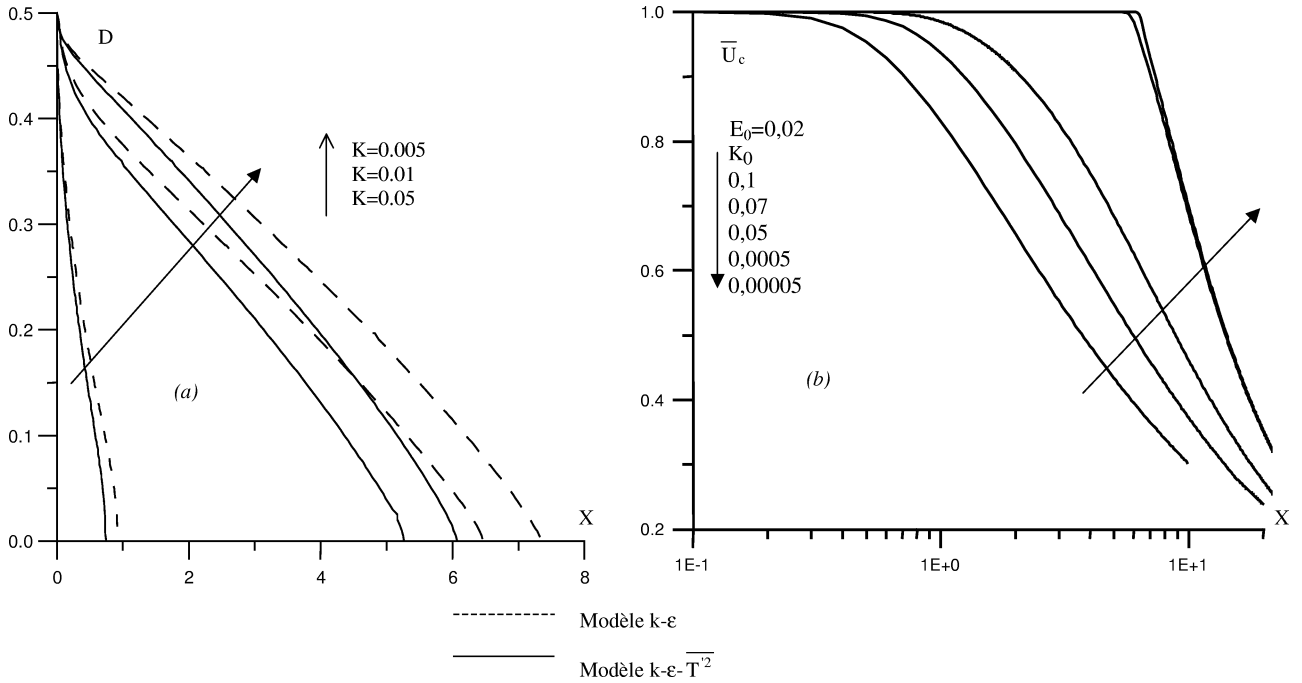


Figure 7. Évolution de : (a) diamètre du noyau potentiel, (b) longueur du cône potentiel.
Figure 7. Evolution of : (a) potential core diameter, (b) the potential core length.

une valeur constante pour les deux conditions initiales adoptées égale à 0,073.

La valeur maximale atteinte par la contrainte de Reynolds $(\overline{u'v'}/\overline{u_c^2})_m$ est située dans la zone du régime établi, elle est donc la même pour les deux profils d'injection considérés et vaut 0,0177, valeur conforme à celle proposée par les auteurs de [13] qui est de l'ordre de 0,018.

3.2. Jet libre axisymétrique en régime de convection mixte

3.2.1. Validité des deux modèles pour l'étude de l'écoulement

Pour le jet en régime de convection forcée, nous avons montré que pour les grandeurs moyennes le modèle $k-\epsilon-\bar{T}^2$ et le modèle $k-\epsilon$ donnent des résultats pratiquement identiques dans la région du régime établi et légèrement différents dans les régions du noyau potentiel et de transition. Dans la suite de ce travail, nous allons examiner l'efficacité de ces deux modèles pour un écoulement en régime de convection mixte.

Sur la figure 8(a), on présente les évolutions de la vitesse verticale au centre U_c obtenues par les deux modèles pour $F_r = 20$. La comparaison avec la corrélation expérimentale proposée par [10] dans la zone auto-similaire : $\bar{U}_c = 1,252X^{-1/3}$, révèle un accord satisfaisant avec les résultats obtenus par le modèle $k-\epsilon-\bar{T}^2$, par contre le modèle $k-\epsilon$ surestime cette grandeur dans les zones de transition et de panache.

Pour le cas du jet en régime de convection forcée, une comparaison des résultats avec ceux expérimentaux a été menée. Pour le cas du jet en régime de convection mixte, l'évolution de la température au centre donnée sur la figure 8(b) (pour $F_r = 25$) est aussi confrontée aux résultats expérimentaux de Pryputniewicz [29]. Cette figure confirme les constatations faites pour la vitesse au centre, cette grandeur, déterminée par le modèle $k-\epsilon$, est surestimée par rapport aux résultats expérimentaux de Pryputniewicz [29] dans les régions de transition et auto-similaire.

L'étude de l'efficacité des deux modèles pour la prédiction des grandeurs turbulentes en régime de convection mixte a été aussi traitée. La figure 9 sur laquelle on représente l'évolution de l'énergie cinétique turbulente

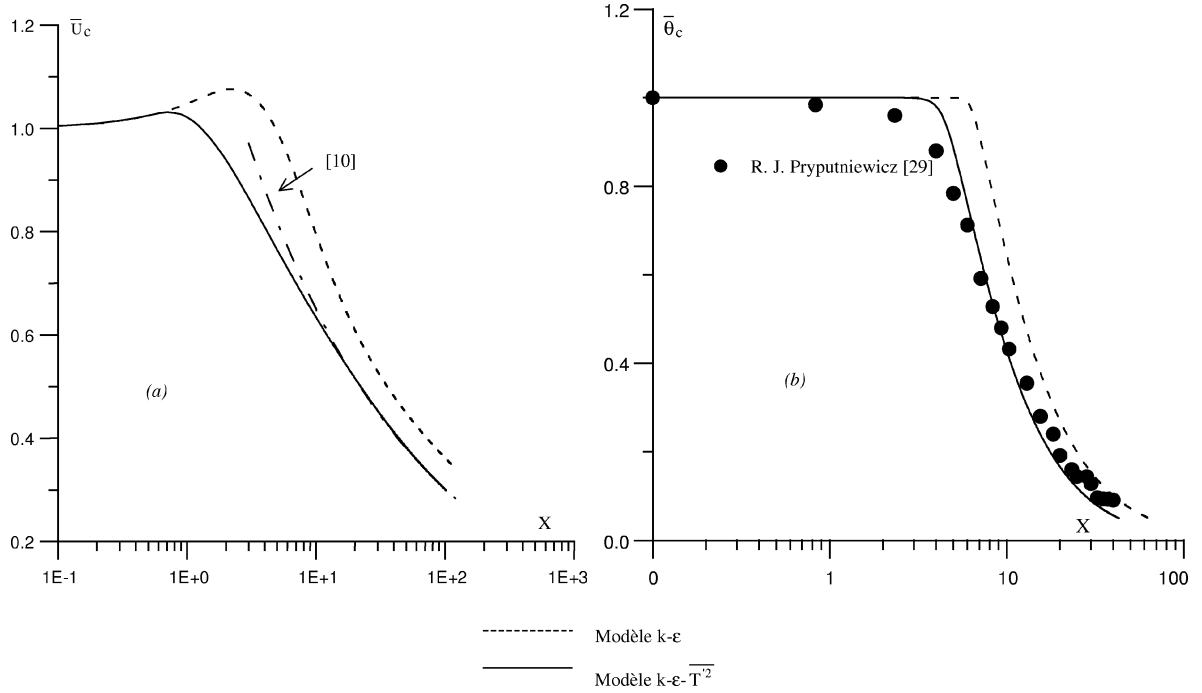


Figure 8. Évolution de : (a) la vitesse verticale au centre, (b) la température au centre.

Figure 8. Evolution of : (a) centerline velocity, (b) centerline temperature.

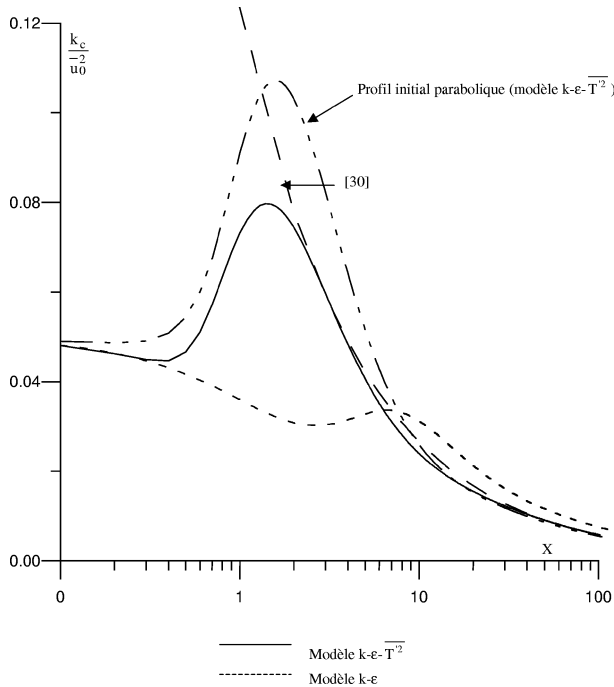


Figure 9. Évolution de l'énergie cinétique turbulente au centre.

Figure 9. Evolution of the centerline kinetic energy of the turbulence.

k_c/\bar{u}_0^2 révèle que le modèle $k-\epsilon-\overline{T'^2}$ est plus efficace puisqu'il donne des résultats plus en accord avec ceux de Hossain et al. [30] dans la zone auto-similaire.

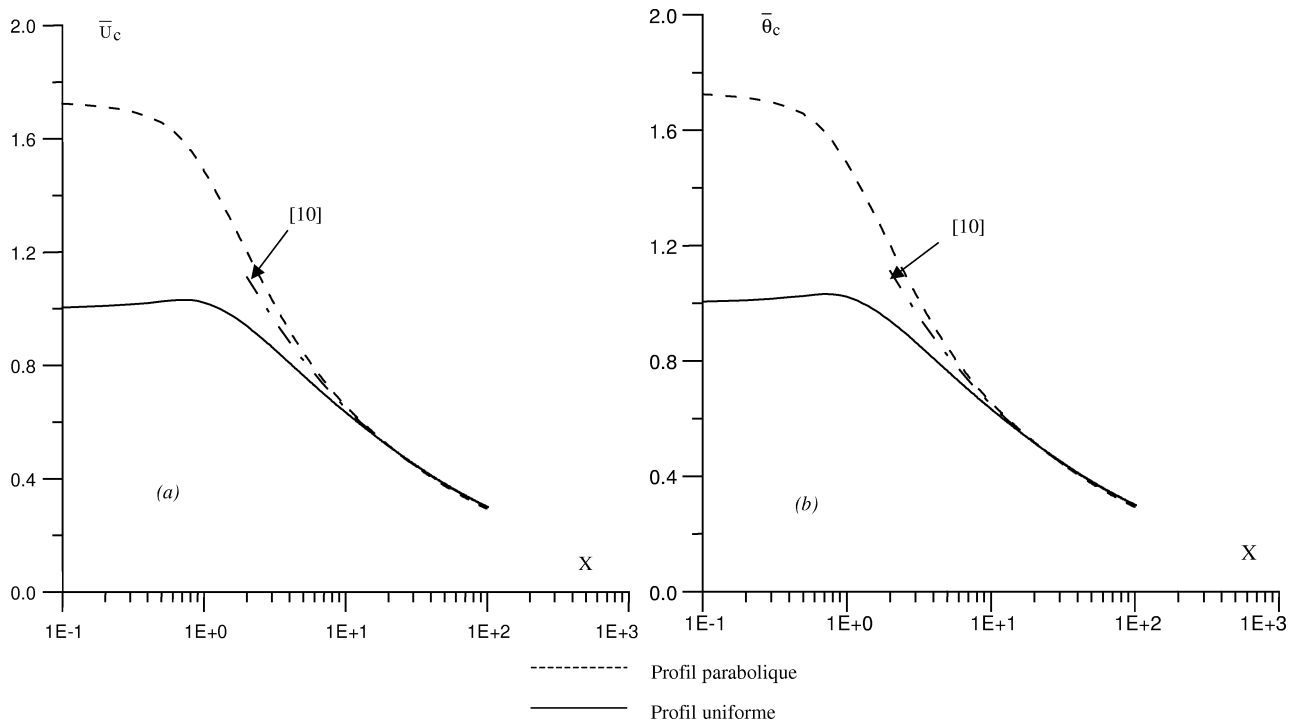
Nous avons aussi déterminé les caractéristiques turbulentes de l'écoulement par les deux modèles de turbulence, et une comparaison avec les résultats expérimentaux de Beuther et al. [15] est effectuée sur le *tableau I*.

Notons que les résultats obtenus par le modèle $k-\epsilon-\overline{T'^2}$ sont généralement plus proches que ceux obtenus par le modèle $k-\epsilon$.

Toutes ces constatations nous permettent de conclure que contrairement à un écoulement en convection forcée, les deux modèles donnent des résultats différents en convection mixte même dans la région auto-similaire. Les résultats obtenus par le modèle $k-\epsilon-\overline{T'^2}$ sont plus proches des résultats expérimentaux dans la région de panache, ce modèle est donc plus efficace pour décrire un écoulement de type jet circulaire anisotherme dans cette zone. Pour l'étude de l'influence des conditions d'injection sur ce type d'écoulement, le modèle adopté sera donc celui algébrique de second ordre $k-\epsilon-\overline{T'^2}$.

TABLEAU I / TABLE I

	k_c/\bar{u}_c	$(\overline{u'v'}/\bar{u}_c^2)_m$	$(\overline{v'T'})_c/\bar{u}_c\Delta T_c$
[15]	0,085	0,024	0,032
Travail présent (modèle $k-\varepsilon-\overline{T'^2}$)	0,065	0,019	0,034
Travail présent (modèle $k-\varepsilon$)	0,057	0,018	0,022

**Figure 10.** Évolution de : (a) la vitesse verticale au centre, (b) la température au centre.**Figure 10.** Evolution of: (a) centerline velocity, (b) centerline temperature.

3.2.2. Influence des conditions d'émission sur le comportement de l'écoulement

La vitesse verticale au centre U_C représentée sur la *figure 10(a)*, nous permet de constater que dans une région qui commence à environ $X \approx 20$ (valeur voisine de celle proposée par Martynenko et al. [17]), l'évolution de cette grandeur est identique quelle que soit l'allure des profils d'injection : c'est la zone de panache. Dans cette zone, nos résultats révèlent un bon accord avec les corrélations expérimentales proposées par les auteurs de [10] dans la région auto-similaire (zone de panache).

L'évolution de la température au centre (*figure 10(b)*) confirme ces constatations puisqu'un accord de nos résultats pour des conditions d'émission différentes avec

la corrélation expérimentale établie dans la zone de panache : $\bar{\theta}_c = 25,51 X^{-5/3}$ [10], est observée à partir d'une distance X voisine de 20.

L'évolution de l'énergie cinétique turbulente k_c/\bar{u}_0^2 donnée sur la *figure 9* présente un maximum au voisinage de la buse (pour $1 < X < 2$), plus important pour le profil initial parabolique que pour le profil uniforme. Nos résultats rejoignent la relation proposée par Hossain et al. [30] dans la région auto-similaire : $k_c/\bar{u}_0^2 = 0,123 X^{-2/3}$. Il est intéressant de noter que cette zone est située plus loin pour les grandeurs turbulentes que pour les grandeurs moyennes puisqu'elle commence à une distance $X \approx 50$, ce résultat est conforme à celui proposé par Martynenko et al. [17].

Nous avons aussi déterminé les valeurs asymptotiques et maximales turbulentes de l'écoulement pour les

TABLEAU II / TABLE II

	$k_c/\overline{u_c^2}$	$(\overline{u'v'}/\overline{u_c^2})_m$	$\sqrt{(\overline{u'^2})_c}/\overline{u_c}$	$\sqrt{(\overline{v'^2})_c}/\overline{u_c}$	$(\overline{v'T'})_c/\overline{u_c}\Delta\overline{T_c}$
[15]	0,085	0,024	0,27	0,22	0,032
Travail présent (modèle $k-\varepsilon-\overline{T'^2}$)	0,065	0,019	0,26	0,18	0,034

deux profils d'injection : paraboliques et uniformes (*tableau II*).

Ces valeurs asymptotiques sont atteintes à partir de $X = 50$ pour les deux profils choisis à la section de sortie de la buse.

4. CONCLUSION

Dans le cadre de ce travail, on a étudié numériquement un écoulement de type jet axisymétrique en régime turbulent. Cette étude est effectuée moyennant une procédure numérique basée sur une méthode aux différences finies permettant de descendre très bas dans le jet.

La discussion porte essentiellement, d'une part, sur la validité de deux modèles de turbulence les plus utilisés : le modèle $k-\varepsilon$ et le modèle $k-\varepsilon-\overline{T'^2}$ pour décrire l'écoulement dans les trois régions du jet ; d'autre part, sur l'influence des différents types de conditions d'émission à la sortie de la buse : profils de vitesse et de température uniformes, intermédiaires ou paraboliques.

La comparaison des différents résultats conduit à des conclusions différenciées suivant la situation physique et la zone du jet.

Pour un jet axisymétrique turbulent en régime de convection forcée, la région auto-similaire débute à une distance X voisine de 50, dans cette zone les conditions d'émission n'affectent plus l'écoulement, par contre, l'influence des conditions initiales à la sortie de la buse reste importante dans les régions du noyau potentiel et de transition. Pour ce régime, les deux modèles de turbulence utilisés sont valables pour la prédiction de l'écoulement moyen et donnent des résultats identiques dans la région du régime établi, une légère différence est observée dans les zones de transition et du noyau potentiel. Le diamètre et la longueur de ce dernier obtenus par le modèle $k-\varepsilon$ sont légèrement supérieurs à ceux données par le modèle $k-\varepsilon-\overline{T'^2}$, cet écart augmente quand l'intensité de turbulence initiale diminue.

Pour la convection mixte, dans la région de panache où les forces de flottabilité sont prépondérantes, le choix

des conditions initiales n'influe plus sur l'écoulement et les résultats obtenus pour le cas d'un profil initial uniforme coïncident avec ceux obtenus pour le cas d'un profil parabolique. D'après nos résultats, la distance à la buse de cette région auto-similaire commence à une distance X de l'ordre de 20 pour les paramètres moyens et de l'ordre de 50 pour ceux turbulents, ces valeurs sont voisines de celles proposées par Martynenko et al. [17]. Dans ce cas, les résultats obtenus par les deux modèles sont très différents même dans la zone auto-similaire, la fermeture algébrique de second ordre est plus efficace pour l'étude d'un écoulement de type jet en régime de convection mixte.

RÉFÉRENCES

- [1] Martynenko O.G., Korovkin V.N., Sokovishin Yu.A., The class of self-similar solutions for laminar buoyant jets, Int. J. Heat Mass Tran. 32 (12) (1989) 2297-2307.
- [2] Fonade C., Cours. Étude des jets. Application à la fluidique, Institut national polytechnique de Toulouse, 1967.
- [3] Schlichting H., Boundary Layer Theory, McGraw-Hill, 1979.
- [4] Savage S.B., Chan G.K., The buoyant two dimensional laminar vertical jets, Q. I. Mech. Appl. Math. 23 (1970) 413-430.
- [5] Mallendorf J.C., Gebhart B., Thermal buoyancy round laminar vertical jets, Int. J. Heat Mass Tran. 16 (1973) 735-745.
- [6] Yang J.W., Pattel R.D., Effect of buoyancy forced convection in a two dimensional wall jet along a vertical wall, J. Heat Tran. 95 (1973) 121-123.
- [7] Corla R.S., Combined natural and forced convection in a laminar wall jet a long a vertical plate with uniform surface heat flux, Appl. Sci. Res. 31 (1976) 455-465.
- [8] Wilks G., Hunt R., The two dimensional laminar vertical jet with positive or adverse buoyancy, Numer. Heat Tran. 8 (1985) 449-468.
- [9] Mhiri H., Golli El.S., Le Palec G., Bournot P., Influence des conditions d'émission sur un écoulement de type jet plan laminaire ou chauffé, Rev. Gén. Therm. 10 (1998) 898-910.
- [10] Chen J.C., Rodi W., Vertical Turbulent Buoyant Jets: A Review of Experimental Data, Pergamon Press, Oxford, 1980.

- [11] Rodi W., A review of experimental data of uniform density free turbulent boundary layers, Sonderforschungsbereich ²80, University of Karlsruhe, Germany, 1975.
- [12] Ogino F., Takeuchi H., Kudo I., Mizushima T., Heated jet discharged vertically into ambient of uniform and linear temperature profiles, *Int. J. Heat Mass Tran.* 23 (1980) 1581–1588.
- [13] Rodi W., A new method of analyzing hot-wire signals in highly turbulent flow and its evaluation in a round jet, DISA Information, 1980.
- [14] Wygnanski I., Fiedler H., Some measurement in the self-preserving jet, *J. Fluid Mech.* 38 (3) (1969) 577–612.
- [15] Beuther P.D., Capp S.P., George W.K., Momentum and temperature balance measurements in an axisymmetric turbulent plume, ASME Publications, 79-HT-42, 1979.
- [16] Sini J.F., Dekeyser I., Numerical prediction of turbulent plane jets and forced plumes by use of the $K-\varepsilon$ model of turbulence, *Int. J. Heat Mass Tran.* 30 (9) (1987) 1787–1801.
- [17] Martynenko O.G., Korovkin V.N., Flow and heat transfer in round vertical buoyant jets, *Int. J. Heat Mass Tran.* 37 (1) (1994) 51–58.
- [18] Schiestel R., Modélisation et simulation des écoulements turbulents, Hermes, Paris, 1993.
- [19] Chen C.J., Nikitopoulos C.P., On the near field characteristics of axisymmetric turbulent buoyant jets in a uniform environment, *Int. J. Heat Mass Tran.* 22 (1979) 245–255.
- [20] Chen C.J., Rodi W., A mathematical model for stratified turbulent flow and its application to buoyant jets, in: 16th IAHR congress, Section C.a, San Paulo, Brazil, 1975.
- [21] Prokhodko V.P., Numerical calculation of turbulent jets and axisymmetric vertical buoyant jets, *J. Engrg. Phys.* 47 (3) (1984) 493.
- [22] Hanjalic K., Launder B.E., Sensitizing the dissipation equation to irrotational strains, *J. Fluids Engrg.* 102 (1980) 34–40.
- [23] Patankar S.V., Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Hemisphere, New York, 1980.
- [24] Mhiri H., Habli S., El Golli S., Le Palec G., Bournot Ph., Étude numérique des conditions d'émission sur un écoulement de type jet plan turbulent isotherme ou chauffé, *Int. J. Therm. Sci.* 38 (10) (1999) 898–910.
- [25] Ha Minh H., Chassaing P., Restructuration d'écoulements turbulents, *J. Mécanique* 17 (3) (1978) 359–386.
- [26] Chassaing P., Mélange turbulent de gaz inertes dans un jet de tube libre, Thèse de doctorat d'état, Institut Nationale Polytechnique de Toulouse, 1979.
- [27] Albertson M.L., Dai Y.B., Rouse H., Diffusion of submerged jets, *Trans. Am. Soc. Ci. Engrs.* 115 (1950).
- [28] Demuren A.O., Rodi W., Three dimensional numerical calculation of flow and plume spreading past cooling towers, *J. Heat Tran.* 109 (1987) 113–119.
- [29] Pryputniewicz R.J., An experimental study of the free surface effects and submerged vertical buoyant jet, M.S. Thesis, University of Connecticut, 1974.
- [30] Hossain M.S., Rodi W., A turbulent model for buoyant flows and its application to vertical buoyant jets, in: Rodi W. (Ed.), *Turbulent Jets and Plumes*, Pergamon Press, New York, 1982, pp. 121–178.

Abridged English version

Numerical study of inflow conditions on an axisymmetric turbulent jet

Jet flows intervene in many industrial applications like the pulverisation, the cooling by film etc., therefore, they deliver in these last decades a considerable interest translated into the production of an abundant bibliography.

Such flows are either laminar or turbulent, according to whether friction forces owe essentially to viscous tensions or to Reynolds turbulent constraints.

A review of the literature reveals that a great number of anterior works focuses on the experimental flow study. The most widely used methods to describe the axisymmetric jet are, essentially, analytical method and numerical resolution using mathematical variables, these methods provide solutions only in auto-similar region.

The aim of this work is to study the influence of inflow conditions (thermal and dynamic conditions) on the behaviour of the axisymmetric jet.

For the study of turbulent plane jet, Sini et al. [16] show out that the $k-\varepsilon$ model is sufficient to reproduce laboratories results. Concerning axisymmetric jet, different turbulence models to different degrees of complexity have been employed: from the simplest models of eddy viscosity, up to models including equations for turbulent stresses and flows. Thus obtained results are dispersed and depending on the choice of employed empirical constants. However, discrepancies have been analysed only in self-similar region [17].

The second objective of this study is, therefore, to analyse the efficiency of the two most used models (a first order model $k-\varepsilon$ and an algebraic model $k-\varepsilon-\overline{T'^2}$) to describe the flow in all the jet area.

We consider a vertical turbulent jet flowing from an axisymmetric nozzle of diameter d , with a velocity u_0 ,

initial temperature T_0 and density ρ_0 . By assuming null axial variations of the pressure, we formulate the equations governing the problem within the framework of boundary layer and Boussinesq approximation.

In turbulent flow, the closing of averaged equations is insured by a first order model ($k-\varepsilon$) or an algebraic model ($k-\varepsilon-\overline{T'^2}$).

The system of equations and boundary conditions are solved with a finite difference scheme using an offsetted grid for numerical stability. The continuity equation is discretised at node $(i + 1/2, j + 1/2)$, while the other equations are discretized at node $(i + 1/2, j)$.

A comparison made between our results and experimental data of other authors leads to a satisfactory agreement.

For a turbulent flow in forced convection, the auto-similar region begins at a distance X near 50, in this zone, inflow conditions do not affect the flow parameters. The two used turbulence models are valid and give identical

results in the established region, a slight difference is observed in transition and potential core zones. The diameter and the length of this latter obtained by the $k-\varepsilon$ model are slightly superior to those given by the $k-\varepsilon-\overline{T'^2}$ model; this difference increases when the initial turbulence intensity decreases.

Concerning the mixed convection, in the region of plume where the buoyancy forces are important, the choice of the initial conditions does not affect anymore the flow. According to our results, the distance to the nozzle of this auto-similar region begins approximately at the value of $X = 20$ for average parameters and approximately at the value of $X = 50$ for turbulent parameters.

Results obtained by both models are very different even in the auto-similar zone, the algebraic model is proved to be more efficient for the study of axisymmetric jet in mixed convection regime.